

ISSN: 2281-1346



Department of Economics and Management

**DEM Working Paper Series**

**Breve Storia della Programmazione  
Matematica in Italia**

Giorgio Giorgi  
(Università di Pavia)

**# 127 (10-16)**

Via San Felice, 5  
I-27100 Pavia  
<http://epmq.unipv.eu/site/home.html>

**October 2016**

# Breve Storia della Programmazione Matematica in Italia

Giorgio Giorgi

In questa breve Nota sulla storia della Programmazione Matematica in Italia negli ultimi cinquanta anni, prescindiamo senz'altro dalle citazioni dei contributi all'ottimizzazione di alcuni tra i maggiori matematici italiani a cavallo tra Ottocento e Novecento (soprattutto G. Peano, U. Dini, L. Tonelli, G. Scorza Dragoni), anche perché tali contributi fanno oramai parte del più vasto settore dell'Analisi Matematica vera e propria. Non possiamo però non segnalare due lavori di B. de Finetti, più specificamente rivolti a quella che è la "moderna" teoria della Programmazione Matematica, lavori apparsi nel 1937 sul *Giornale dell'Istituto Italiano degli Attuari*:

- B. de Finetti, *Problemi di "optimum"*, G.I.I.A., Vol. 8, 1937, 48-67;
- B. de Finetti, *Problemi di "optimum" vincolato*, G.I.I.A., Vol. 8, 1937, 112-126.

Tali due lavori, ove de Finetti opera una delle prime formalizzazioni matematiche di quei problemi che verranno poi chiamati "Problemi di Ottimo Paretiano", sono stati alquanto ignorati, non solo dai ricercatori stranieri interessati a problemi di ottimo vettoriale (il che è comprensibile, essendo tali lavori scritti in italiano e pubblicati su una rivista non di larga diffusione al di fuori dei confini nazionali), ma anche dagli studiosi italiani interessati alle medesime problematiche. Solo abbastanza recentemente sono stati "riscoperti" e proposti all'attenzione degli "ottimizzatori" e degli economisti. Citiamo il contributo di G. Giorgi a A. Guerraggio: "*De Finetti's contribution to Pareto optimization problems and to generalized convexity*" in *Bruno de Finetti - Incontri di Studio*, Milano, 8 giugno 2006, Istituto Lombardo-Accademia di Scienze e Lettere, Edizioni Universitarie di Lettere, Economia, Diritto, Milano, 2010, pp. 74-92. Segnaliamo che una traduzione in inglese del secondo lavoro di de Finetti sopra citato, è apparsa nel 1998 su *Italian Economic Papers*, Vol. 3, edito da Luigi Pasinetti. Il 6 Aprile 2016 il prof. Ate Nieuwenhuis ha tenuto presso l'Università "La Sapienza" di Roma un seminario dal titolo "*An early contribution to vector maximisation of de Finetti*", ove i due citati contributi di de Finetti sono stati discussi, soprattutto dal punto di vista dell'Analisi Economica.

Dopo il secondo conflitto mondiale, in Italia occorrerà aspettare fino alla fine degli anni '50 e gli inizi degli anni '60 per vedere emergere studi specificamente rivolti a problemi di programmazione matematica, soprattutto programmazione lineare. Infatti, la Ricerca Operativa, nata negli Stati Uniti e in Inghilterra durante la seconda guerra mondiale e soprattutto negli anni immediatamente successivi alla fine del conflitto, in Italia arrivò con almeno una decina

di anni di ritardo. I due nomi che obbligatoriamente si devono fare sono Giuseppe Pompilj a Roma e Mario Volpato a Venezia. Il primo, studioso di Calcolo delle Probabilità e di Statistica, fin dalla seconda metà degli anni '50 collaborò con la Marina Militare, in collegamento con le forze armate statunitensi. Nel 1961 fu poi tra i fondatori dell'Associazione Italiana di Ricerca Operativa (AIRO), assieme a Benedetto Barberi, allora direttore dell'Istituto Centrale di Statistica, e a Bruno de Finetti, sempre attento alle applicazioni della Matematica, soprattutto in campo economico e finanziario. Pompilj istituì nel 1962 la Scuola di Perfezionamento in Ricerca Operativa, presso l'Università di Roma, una delle prime istituzioni universitarie italiane espressamente previste per tali tipi di studi.

Mario Volpato, successivamente presidente onorario dell'AMASES, alla fine degli anni '50 e durante gli anni '60, assieme ad alcuni suoi collaboratori, aveva tenuto rapporti di ricerca scientifica con la Ing. C. Olivetti & C., dando quindi l'avvio ad una nutrita schiera di ricercatori interessati ai modelli matematici della Ricerca Operativa. Già nel 1959 ottenne dal Comitato per la Matematica del Consiglio Nazionale delle Ricerche la possibilità di costituire un gruppo, presso la Facoltà di Economia della Cà Foscari di Venezia, che si occupasse delle applicazioni matematiche alla Ricerca Operativa. Tale gruppo, sotto la direzione di Volpato, produsse, nello svolgersi di pochi anni, una mole cospicua di lavori, alcuni di notevole qualità. Ben 56 studi originali sono stati poi raccolti nel volume "Nuovi Studi e Modelli di Ricerca Operativa", UTET, Torino, 1971. Gli autori sono: F. Arcangeli, P. Bortot, G. Castellani, O. Cucconi, W. De Ambrogio, F. Giannessi, F. Grassivaro, C. Grossi, V. Levis, P. Malesani, P. Manca, F. Mason, V. Mocellini, E. Morgantini, G. Varoli, M. Volpato. Soprattutto G. Castellani, F. Giannessi e P. Malesani continueranno in seguito ad occuparsi di tali problematiche, specialmente di problemi di programmazione lineare e non lineare, continuando così fino ai nostri giorni la pionieristica e feconda intuizione di Volpato.

A tali studiosi vanno poi senz'altro aggiunti i nomi di Elio Canestrelli, Piera Mazzoleni (successivamente Segretario Generale dell'AMASES) ed Elena Moretti, anche loro formatisi alla scuola della Cà Foscari.

Non vogliamo (nè possiamo) fare qui l'elenco dei testi italiani di Ricerca Operativa e di Programmazione Matematica (soprattutto Programmazione Lineare) che a partire dagli anni '70 erano disponibili nei vari corsi delle Facoltà di Economia, di Ingegneria e di Scienze Matematiche, Fisiche e Naturali. Erano solitamente buoni libri di testo, espressamente scritti per le esigenze di quei corsi e modellati sugli analoghi testi americani, inglese e francesi. Sempre agli inizi degli anni '70 una svolta importante per gli studi di programmazione matematica e di ricerca operativa in Italia è il trasferimento di F. Giannessi da Venezia a Pisa e la creazione, presso la Facoltà di Matematica dell'Università di Pisa, del Dipartimento di Ricerca Operativa e Scienze Statistiche. Attorno a Giannessi comincia a formarsi un gruppo di ricercatori interessati alle tematiche concernenti i suddetti campi di ricerca e comincia la pubblicazione (inizialmente presso l'editore Vallerini di Pisa) di quei "quaderni" del Dipartimento che sono familiari a tutti coloro che sono interessati alla programmazione matematica, in quanto spediti alle biblioteche di quasi tutte le Facoltà di Matematica, di Economia e di Ingegneria della penisola. La prima pubblicazione è del 1973, è di F. Giannessi e si intitola "Nonconvex quadratic programs, linear

complementarity problems and integer linear programs”. Finalmente si comincia a usare la lingua inglese, permettendo così anche agli studiosi stranieri di leggere i contributi alla programmazione matematica dei matematici italiani.

Fra gli studiosi più “assidui” di questa prima fase del Dipartimento pisano di Ricerca Operativa e Scienze Statistiche, segnaliamo, oltre a F. Giannessi, P. Manca, A. Cambini, A. Volpentesta, F. Archetti, P. Carraresi, L. Pellegrini, L. Martein. Va aggiunto che parecchie ricerche del suddetto gruppo sono state poi ripubblicate in riviste internazionali specializzate (quali *Journal of Optimization Theory and Applications*, *Optimization*, *Mathematics of Operations Research*, ecc.), raggiungendo così un pubblico più vasto di quello “nazionale”. Le tematiche trattate sono molteplici ma si segnalano soprattutto alcuni contributi altamente significativi di Giannessi, rivolti allo studio di teoremi generali dell’alternativa, e di A. Cambini, rivolti ad aspetti teorici e “funzionali” della programmazione dinamica di R. Bellman, aspetti già preventivamente considerati da Volpato e purtroppo ignorati (per le solite questioni linguistiche) all’estero.

Tra i libri italiani dedicati alla programmazione matematica e pubblicati alla fine degli anni ’60, va senz’altro segnalato *Programmazione Matematica* di L. Muracchini (UTET, 1969), per la ricchezza di contenuti. L’autore (Università di Bologna) è uno dei pochi matematici che hanno “virato” verso le applicazioni alla Ricerca Operativa, dopo avere svolto ricerche in altri campi della “Matematica Pura”.

Nell’aprile del 1974, sponsorizzato dall’Istituto Nazionale di Alta Matematica di Roma, si era tenuto un convegno internazionale dedicato alla “Programmazione Matematica e sue Applicazioni”. E’ una delle prime “aperture” degli studiosi italiani di ottimizzazione verso incontri scientifici che coinvolgono anche affermati ricercatori stranieri. Gli atti del convegno furono pubblicati nel 1976 da Academic Press, nell’ambito della collana “*Symposia Mathematica*” (Vol. XIX). Tra gli autori spiccano i nomi di E. Balas, A. Cambini, R. W. Cottle, G. B. Dantzig, F. Giannessi, R. T. Rockefellar, R. Wets, W. T. Ziemba.

Nel 1978, alla Cà Foscari di Venezia (12-16 giugno), promosso dalla locale Facoltà di Economia e sponsorizzato dall’AMASES (nata appena due anni prima), si svolge un altro convegno internazionale dedicato all’ottimizzazione matematica. Vi partecipano parecchi docenti italiani e tra i nomi più prestigiosi degli stranieri figurano E. Blum, A. Brody, G. B. Dantzig, B. Korte, W. Oettli, R. T. Rockefellar, R. J. B. Wets. Fa gli “onori di casa” M. Volpato che presenta (in inglese!) i suoi studi sul principio di ottimalità di Bellman, finora noti solo ai lettori di lingua italiana. Gli atti, a cura di G. Castellani e P. Mazzoleni, vengono pubblicati da Franco Angeli (Milano, 1981), con il titolo *Mathematical Programming and Its Economic Applications*.

Nel 1982, quale “Quaderno dell’Unione Matematica Italiana” (N. 23) esce da Pitagora Editrice (Bologna) il voluminoso libro di F. Giannessi “Metodi Matematici della Programmazione. Problemi Lineari e Non Lineari”, in parte precedentemente pubblicato dall’editore Vallerini di Pisa. Il testo offre un’aggiornata panoramica sulla programmazione matematica fino agli inizi degli anni ’80, raccogliendo anche e soprattutto i risultati principali dell’autore e della “scuola pisana” sui problemi di ottimo lineari e non lineari. Nella Bibliografia vengono ampiamente

citati anche i lavori di M. Volpato e del suo “entourage”.

Intanto, in quegli stessi anni, comincia in Italia a prendere importanza anche un altro argomento che dovrà rivestire un ruolo non secondario nella teoria dell’ottimizzazione matematica: la teoria della “convessità generalizzata” (e più tardi della “monotonía generalizada”). Anche per questo settore di ricerche il riconosciuto pioniere è B. de Finetti che, in un articolo del 1949 intitolato “Sulle stratificazioni convesse” e pubblicato su *Annali di Matematica Pura ed Applicata*, introduce quella classe di funzioni che saranno poi denominate *funzioni quasiconvesse* e *funzioni quasiconcave*. Il contributo di de Finetti viene quasi subito riconosciuto quale lavoro di notevole importanza, stavolta prima all'estero che in Italia (ad opera di W. Fenchel che cita ampiamente de Finetti nelle sue “Lecture Notes” sull’analisi convessa, basate su lezioni tenute nel 1951 e pubblicate nel 1953 presso l’Università di Princeton). Per una storia della suddetta classe funzionale si può vedere il lavoro di A. Guerraggio ed E. Molho *The origins of quasi-concavity: a development between mathematics and economics*, Historia Mathematica, Vol. 31, 2004, 62-75.

Nel 1980 si tiene a Vancouver (Canada) presso la University of British Columbia e sponsorizzato dal NATO Advanced Study Institute, un congresso il cui tema è “Generalized Convexity in Optimization and Economics”. L’unico partecipante italiano è A. Cambini che, a quell’epoca fa ancora parte del Dipartimento di Ricerca Operativa dell’Università di Pisa. Gli atti del convegno vengono stampati nel 1981 da Academic Press, a cura di S. Schaible e W. T. Ziemba, ed il loro impatto sulla comunità italiana degli “ottimizzatori” non è senza rilievo, anche perché il prof. S. Schaible comincia ad avere sistematici contatti con i matematici pisani e più tardi con altri matematici italiani che operano nell’ottimizzazione.

Verso la metà degli anni ’80 cominciano a crearsi gruppi omogenei di studio sull’ottimizzazione, al fine di formare “cordate” per partecipare alle richieste dei fondi ministeriali di finanziamento alla ricerca, fondi cosiddetti 40%, precursori degli attuali fondi PRIN e previsti dalla legge n. 382 di riforma degli ordinamenti universitari. All’inizio degli anni ’90 i gruppi di “ottimizzatori” sono oramai abbastanza stabilizzati. Le “cordate” dei vari progetti per la richiesta dei fondi 40% sono in gran parte formate da docenti che affluiscono a Facoltà di Economia e quindi quasi sempre soci dell’AMASES. A Pisa, presso la Facoltà di Economia, operano A. Cambini, L. Martein, C. Sodini e più tardi A. Marchi, R. Cambini, L. Carosi. Presso il Dipartimento di Matematica pisano, accanto a F. Giannessi operano giovani studiosi quali M. Pappalardo, M. Castellani, G. Mastroeni e più tardi G. Bigi e M. Passacantando. All’Università Bocconi di Milano opera E. Castagnoli mentre alla Facoltà di Economia dell’Università Cattolica opera P. Mazzoleni e più tardi M. Bianchi e A. Torriero. Viene in quegli anni a crearsi anche un “triangolo di ottimizzatori”, tra le Facoltà di Economia di Pavia (con G. Giorgi), la neonata Facoltà di Economia di Varese, originariamente “gemma” da Pavia (con A. Guerraggio) e l’Università Bocconi, ove sia Giorgi che Guerraggio tengono dei corsi (al CLEP, al DES, ecc.). In particolare la Bocconi si rivela un terreno fertile per la produzione di ottimizzatori: E. Molho, A. Zaffaroni, M. Rocca, G. Crespi, E. Caprari e più tardi, “cooptati” dall’esterno, E. Miglierina e D. La Torre. A Verona operano C. Sutti, R. Pini e più tardi L. Pellegrini. A Venezia operano E. Moretti e A. Ellero. A Bergamo operano M. Bertocchi e E. Allevi.

Nel 1987, all’undicesimo Convegno Scientifico AMASES, tenutosi ad Aosta il 9-11 Settembre, A. Cambini presenta una “relazione invitata” sullo stato dell’arte della concavità generalizzata: “Concavità generalizzata e programmazione frazionaria: stato dell’arte”. Tale conferenza verrà pubblicata sugli atti del convegno (Pitagora Editrice, Bologna, 1987). Sulla scia del convegno di Vancouver del 1980, vengono organizzati, ad intervalli abbastanza regolari, altri convegni internazionali sullo stesso tema, convegni che vedono la partecipazione italiana sempre crescente e sempre molto attiva. Due di questi convegni internazionali si tengono in Italia: il terzo a Pisa, organizzato presso la locale Facoltà di Economia, nel 1988 e l’ottavo a Varese, sempre presso la locale Facoltà di Economia, nel 2005.

Nel frattempo anche i gruppi “nazionali” formatisi a seguito delle richieste di finanziamento 40%, periodicamente organizzano dei workshop, i cui atti sono solitamente pubblicati in loco. Il primo workshop si tiene a Pisa nel 1992 e gli atti (*Generalized Concavity for Economic Applications*) sono pubblicati da Tecnoprint (Bologna) a cura di P. Mazzoleni. A Verona nel 1993 C. Sutti e K.-H. Elster organizzano un incontro i cui atti (*Mathematical Optimization - Theory, Methods and Applications*) sono pubblicati da Libreria Univ. Editrice di Verona. Nel 1994 di nuovo P. Mazzoleni cura il volume *Optimization of Generalized Convex Problems* e nel 1995 E. Castagnoli e G. Giorgi sono i curatori di *Scalar and Vector Optimization in Economic and Financial Problems*, atti del workshop tenutosi a Milano (Univ. Bocconi) il 28 Marzo 1995. G. Giorgi e F. Rossi sono i curatori del volume *Convessità e Calcolo Parallelo*, atti del workshop tenutosi a Verona nel 1997 (Libreria Univ. Editrice - Verona). Di nuovo G. Giorgi e F. Rossi sono i curatori, nel 1999, del volume *Generalized Convexity and Optimization for Economic and Financial Decisions*, Pitagora Editrice, Bologna.

Un altro importante “polo di attrazione” degli studi di ottimizzazione, sia italiani ma soprattutto stranieri, è costituito dal Centro di Cultura Scientifica Ettore Majorana di Erice (Trapani), nell’ambito della sua *International School of Mathematics “G. Stampacchia”*, diretta da F. Giannessi. Qui si svolgono, a partire dalla fine degli anni ’70 del secolo scorso, periodici convegni su vari temi, spesso direttamente e/o indirettamente concernenti le varie tematiche dell’ottimizzazione. Questi convegni vedono la partecipazione di matematici italiani ma anche e soprattutto dei più “bei nomi” degli studiosi stranieri di ottimizzazione, quali, ad esempio, F. H. Clarke, V. F. Demyanov, A. D. Ioffe, A. M. Rubinov, R. T. Rockefellar, J. P. Penot, J.-B. Hiriart-Urruty, C. Lemaréchal, B. Mordukhovich, e altri ancora.

Uno dei primi incontri internazionali di Erice dedicato a temi connessi all’ottimizzazione, si tiene nel giugno del 1978 (dal 19 al 30) e si intitola “Variational Inequalities and Complementarity Problems in Mathematical Physics and Economics”. Il convegno vuole anche essere un contributo all’opera scientifica di G. Stampacchia, da poco scomparso (Parigi, 27 aprile 1978). Gli atti, a cura di R. W. Cottle, F. Giannessi e J. L. Lions, verranno stampati da John Wiley & Sons (New York) nel 1980. Un secondo convegno ericino intitolato “Optimization and Related Fields” si tiene nel 1984 (Settembre, 17-30). I relativi atti, a cura di R. Conti, E. De Giorgi e F. Giannessi, verranno stampati da Springer Verlag nel 1986. Tra i contributi italiani a questo convegno si segnala il lavoro di A. Cambini *Non-linear separation theorems, duality and optimality conditions* e quello di T. Zolezzi *Stability analysis in optimization*. A

questi convegni, aventi come filo conduttore l'ottimizzazione, ne seguiranno numerosi altri, ad intervalli abbastanza regolari, fino a tempi odierni, sempre con una partecipazione importante di studiosi italiani.

A partire dalla fine degli anni '80 i ricercatori italiani che operano nell'ambito dell'ottimizzazione matematica (intesa nel senso più largo del termine) partecipano, presentando comunicazioni scientifiche, ai periodici convegni della *Mathematical Programming Society*, della *Association of European Operational Research Societies* e soprattutto ai già citati convegni promossi dal *Working Group on Generalized Convexity*, istituzionalizzato nell'ambito del 15° convegno internazionale della *Mathematical Programming Society*, tenutosi ad Ann Arbor (Michigan - U.S.A.) nell'agosto del 1994. Leader e anima del Gruppo è il Prof. S. Schaible (recentemente scomparso). Del relativo comitato scientifico fa in seguito parte (fino a tutt'oggi) Riccardo Cambini. Il gruppo italiano dei soci del Working Group è tra i più numerosi.

Nel 2004 G. Giorgi, A. Guerraggio e J. Thierfelder (quest'ultimo del Politecnico di Ilmenau - Germania) pubblicano, presso American Elsevier di Amsterdam, il volume *Mathematics of Optimization: Smooth and Nonsmooth Case*. Il libro raccoglie le esperienze di ricerca dei tre autori nell'ambito della teoria dell'ottimizzazione e offre un'ampia panoramica sulle condizioni di ottimalità sia per problemi differenziabili che per problemi le cui funzioni sono dotate di derivate direzionali generalizzate di vario tipo. E' forse il primo testo di ottimizzazione matematica che contiene anche un intero lungo capitolo dedicato ai problemi di ottimo vettoriale, argomento molto studiato ma usualmente "sparso" (almeno a quell'epoca) su numerosi articoli di varie riviste.

Nel 2005 F. Giannessi pubblica il volume *Constrained Optimization and Image Space Analysis* (Springer), che raccoglie gli studi dell'autore sul suo approccio alla teoria dei problemi di estremo vincolato (non solo problemi di programmazione matematica, ma anche calcolo delle variazioni e controllo ottimo), approccio basato sull'analisi dello spazio immagine.

Nel 2008 S. K. Mishra e G. Giorgi pubblicano il volume *Invexity and Optimization* (Springer), forse il primo libro che raccolge in modo organico le proprietà e le applicazioni di quella classe di funzioni convesse generalizzate, chiamate da B. Craven "invex functions", contrazione di "invariant convex functions".

Nel 2009 A. Cambini e L. Martein pubblicano *Generalized Convexity and Optimization* (Springer), volume che, oltre a raccogliere alcuni risultati originali dei due autori, si presenta anche come una versione aggiornata di un precedente libro, a cura di M. Avriel, W. E. Diewert, S. Schaible e I. Zang, apparso nel 1988 da Plenum Press e intitolato *Generalized Concavity*. A. Cambini e L. Martein avevano anche collaborato con un lungo articolo dal titolo *Generalized convexity and optimality conditions in scalar and vector optimization* al volume "Handbook of Generalized Convexity and Generalized Monotonicity" pubblicato nel 2005 da Springer a cura di N. Hadjisavvas, S. Komlosi e S. Schaible.

Si entra così nel secondo decennio del XXI secolo. I ricercatori che si erano laureati alla fine del secolo precedente e che avevano fin da subito indirizzato le loro ricerche nell'ambito dell'ottimizzazione, hanno nel frattempo percorso i gradini della carriera universitaria diven-

tando quasi tutti professori di prima o di seconda fascia. Nonostante l'ottimizzazione non sia considerata uno dei settori "trainanti" nell'ambito degli studi di matematica applicata alle scienze economiche e finanziarie, in genere essa ha "ripagato" i suoi cultori con buone soddisfazioni accademiche. Occorre poi tenere presente anche tutti quei cultori italiani di analisi numerica e di ricerca operativa, operanti spesso in Facoltà di Ingegneria e di Matematica, interessati a questioni algoritmiche e computazionali per la soluzione di problemi di programmazione matematica di vario tipo. E' certamente un gruppo abbastanza numeroso e quindi non ci arrischiamo a fare elenchi, che sarebbero senz'altro incompleti.

Non possiamo però non soffermarci brevemente sugli studi italiani di Teoria del Controllo Ottimo. Pare che il grande matematico americano R. Bellman abbia definito la Teoria del Controllo Ottimo "il cadavere del Calcolo delle Variazioni avvolto nella bandiera sovietica". La frase è polemica ed evidenzia una verità parziale e di parte: l'autore forse riteneva tale teoria in pericolosa concorrenza con la sua "programmazione dinamica" e con il suo "principio di ottimalità". E' comunque vero che la Teoria del Controllo Ottimo rappresenta l'evoluzione moderna del Calcolo delle Variazioni, settore ove la matematica italiana, soprattutto ad opera di L. Tonelli, aveva raggiunto risultati di eccellenza. Tra gli studiosi italiani più vicini al tempo attuale, che si sono occupati di controllo ottimo, vanno senz'altro citati Bruno Viscolani (Padova) e Fausto Gozzi (Roma), che hanno anche creato un buon gruppo di giovani ricercatori. A questi due matematici possiamo poi aggiungere i nomi di A. Buratto (Padova), D. Favaretto (Venezia), L. Grossset (Padova), S. Faggian (Venezia), L. De Cesare e A. Liddo (Foggia), P. Zezza (Firenze), E. Barucci (Milano).

Segnaliamo infine anche i nomi di G. Di Pillo e F. Facchinei della Facoltà di Ingegneria dell'Università di Roma "La Sapienza", soprattutto per i loro studi concernenti le disequazioni variazionali, argomento che in Italia ha una illustre tradizione nell'opera di G. Stampacchia. Segnaliamo anche il nome di R. Lucchetti del Politecnico di Milano, per i suoi studi sull'Analisi Convessa.